Θεωρία Παιγνίων

Μιχούλης Γεώργιος dai1 16067 Άσκηση 1

Α)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Α-Χ-Β**  **\**  **Α-Υ-Β** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** |
| **0** |  |  |  |  | **0,37.7** |
| **1** |  |  |  | **26,33.8** |  |
| **2** |  |  | **30, 29.9** |  |  |
| **3** |  | **34, 26** |  |  |  |
| **4** | **38, 0** |  |  |  |  |

Έστω ότι και οι 4 θα πάνε από την y την , τότε ο μέγιστος χρόνος που θα κάνει κάποιο αυτοκίνητο είναι 15+23=38 λεπτά. Στην περίπτωση που έχουμε αναλογία Χ/Υ 1/3 τότε από τα 3 αυτοκίνητα το τελευταίο θα κάνει μέγιστο χρόνο 12+22=34 λεπτά ενώ το μοναδικό αυτοκίνητο που θα ακολουθήσει την διαδρομή Χ θα κάνει μέγιστο 6+20=26 λεπτά. Αντίστοιχα με αναλογία Χ/Υ=2/2 έχουμε τις μέγιστες τιμές 21+9=30 ενώ επειδή έχουμε 2 αυτοκίνητα που διασχίζουν την διαδρομή Α-Χ-Β έχουμε τον επιπρόσθετο χρόνο της τάξεως 0,9 λεπτά άρα η μέγιστη τιμή είναι 9+20,9=29,9. Η 4η περίπτωση που 1 περνάει από Α-Υ-Β =20+6=26 και 3 από Α-Χ-Β = 12+21,8=33,8 . Τέλος έχουμε όλα τα αυτοκίνητα να περνάνε από την διαδρομή Α-Χ-Β άρα ο μέγιστος χρόνος είναι 22,7+15=37,7. Μετα από αυτά τα δεδομένα προέκυψε ο παραπάνω πίνακας. Εμφανώς η ισορροπία Nash εμφανίζεται στην τιμή (2,2) καθώς δυο οδηγοί διαλέγουν την Α-Χ-Β διαδρομή ενώ οι άλλοι δυο την Α-Υ-Β διαδρομή. Αν κάποιος αποφασίσει να αλλάξει διαδρομή, έστω ένας από την διαδρομή A-Y-B πάει από την Α-Χ-Β, τότε το κόστος του θα αυξηθεί σε 30 σε 33.8. Αντίστοιχα αν κάποιος από την Α-Χ-Β πάει στην Α-Υ-Β, το κόστος του από 29.9 θα ανέβει στο 34. Άρα το καλύτερο αποτέλεσμα δίνεται από την αρχική τους θέση δηλαδή να χωριστούν σε δυάδες.

Β) Από την υπόθεση μας δίνεται ότι ένας οδηγός που ακολουθεί τη διαδρομή Α-Χ-ΥΒ διασχίζει το τμήμα Α-Χ ταυτόχρονα με τον οδηγό που ακολουθεί τη διαδρομή Α-Χ-Β και το τμήμα Υ-Β ταυτόχρονα με τον οδηγό που ακολούθησε τη διαδρομή Α-Υ-Β. Έστω τώρα ότι δύο οδηγοί είναι στον δρόμο Α-Χ-Β, και οι υπόλοιποι δύο στην Α-Υ-Β .Για πιο σύντομα ονομάζω την διαδρομή Α-Υ-Β = Α, την Α-Χ-Υ-Β = Β και Α-Χ-Β = C (η διαδρομή Α-Υ-Χ-Β είναι πάντα μεγαλύτερο των άλλων τριών δρόμων).

Οπότε στον Α δρόμο έχουμε 2 αυτοκίνητα και στον C άλλα 2(Α=2,C=2)

Το κόστος για το Α=9+21=30 και για το C=20,9+9=29,9. Αν τελικά ένας από το Α πάει στο Β τότε θα έχουμε την περίπτωση 1-1-2 οπότε τα κόστη διαμορφώνονται ως εξής: Α=20+9=29, Β=12+7+9=28 και C=12+20,9=32,9.

Επειδή το κόστος μειώθηκε σε αυτήν την περίπτωση, έχει ως αποτέλεσμα το προηγούμενο σημείο να μην είναι σημείο ισορροπίας. Αντιθέτως το κόστος για τους 2 οδηγούς την C αυξήθηκε , άρα ένας από C θα πάει στην Β ή στην Α , τότε έχουμε τις επιλογές 1-2-1 ή 2-1-1 και τα κόστη τους είναι αντίστοιχα: Α=20+12=32, Β=12+8+12=32 C=12+20=32 ή Α=21+12=33 , Β=9+7+12=28, C=9+20=29.

Αρχικά με την υπέθεσα ότι Α=2 και Γ=2. Αν όμως ένας από την Α ή την Γ πάει διαδρομή Β τότε το κόστος του μειώνεται, για αυτό παραμένει εκεί. Τώρα οι οδηγοί είναι Α=1, Β=1, Γ=2. Οι οδηγοί της Γ πριν είχαν κόστος 29,9 ενώ τώρα με την αλλαγή πήγε στο 32,9. Επομένως ένας από τους δύο επιλέγει την Α ή την Β. Αν επιλέξει την Α τότε το κόστος γίνεται 33, άρα την απορρίπτει. Αν επιλέξει την Β το κόστος γίνεται 32, άρα αλλάζει την διαδρομή του. Τώρα η κατανομή των αυτοκινήτων είναι Α=1, Β=2, Γ=1 και όλοι έχουν κόστος 32 και είναι το σημείο ισορροπίας Nash γιατί οποιαδήποτε αλλαγή και αν κάνει κάποιος από τους οδηγούς για οποιαδήποτε διαδρομή το κόστος του θα αλλάξει. Άρα από την διαδρομή Α θα περάσει 1 αυτοκίνητο από την διαδρομή Β θα περάσουν 2 αυτοκίνητα και από την C το τελευταίο αυτοκίνητο (σύνολο 4).